

1.

Mezi polednem (12:00) a půlnocí (24:00) uplyne 12 hodin.

Počet minut v jedné hodině: 1 hodina=60 minut

Celkový počet minut za 12 hodin: $12 \times 60 = 720$ minut

Mezi polednem a půlnocí uplyne 720 minut.

2.

2.1 Kolikrát je větší úhel 150 minut než třetina úhlu 1.5° ?

Převedení úhlu 150 minut na stupně.

Víme, že 1 stupeň = 60 minut, tedy: $150 \text{ minut} = 150/60 = 2.5^\circ$

Výpočet třetiny úhlu 1.5 : $1.5/3 = 0.5^\circ$

Porovnání velikostí úhlů: $2.5/0.5 = 5$

Odpověď: Úhel 150 minut je 5× větší než třetina úhlu 1.5 .

2.2 O kolik minut je větší úhel 4° než úhel $230'$?

Převedení úhlu 4° na minuty.

Víme, že $1^\circ = 60$ minut, takže: $4^\circ = 4 \times 60 = 240$ sekund

Výpočet rozdílu: $240 - 230 = 10$ minut

Odpověď: Úhel 4° je o 10 minut větší než úhel $230'$.

3.1

$$\frac{13}{19} : \left(\frac{7}{9} - \frac{3}{18} \cdot \frac{1}{3} \right) - \frac{17}{19} = \frac{13}{19} : \left(\frac{14}{18} - \frac{1}{18} \right) - \frac{17}{19} = \frac{13}{19} \cdot \frac{18}{13} - \frac{17}{19} = \frac{18}{19} - \frac{17}{19} = \frac{1}{19}$$

3.2

$$0,7 - 0,7 \cdot 0,07 : 0,07 + 0,77 : 77 = 0,7 - 0,7 + 0,01 = 0,01 = \frac{1}{100}$$

4.1 Vytknutí 9 z

$$9zy + 90xz - \frac{9}{2}z^2 = 9z \cdot \left(y + 10x - \frac{1}{2}z \right)$$

4.2 Umocnění a zjednodušení

$$\left(19 - \frac{16}{17}y \right)^2 = \frac{256}{289}y^2 - \frac{608}{17}y + 361$$

4.3 Zjednodušení výrazu

$$(7 - x)^2 - 3x^2 + (2x - 4x + 6) \cdot (17x - 14x - 8x) = 49 - 14x + x^2 - 3x^2 + 10x^2 - 30x = \mathbf{8x^2 - 44x + 49}$$

5.1

$$0,5x - (2x - 0,5)^2 = -2x^2 + 2 \cdot (3 - x) \cdot (3 + x) - 0,25$$

$$0,5x - 4x^2 + 2x - 0,25 = -2x^2 + 18 - 2x^2 - 0,25$$

$$2,5x = 18$$

$$x = \frac{\mathbf{36}}{\mathbf{5}}$$

5.2

$$\frac{\frac{1}{5} - \frac{3}{4}}{\frac{11}{4}} + \frac{3x}{4} \cdot \frac{4}{5} = 0$$

$$-\frac{\frac{11}{20}}{\frac{11}{4}} + \frac{3x}{5} = 0$$

$$-\frac{1}{5} + \frac{3x}{5} = 0$$

$$3x = 1$$

$$x = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$$

6.

Pro řešení této úlohy si označíme:

- x jako objem roztoku z modré lahve (5 %)
- y jako objem roztoku ze zelené lahve (20 %)

Sestavení soustavy rovnic

Celkový objem roztoku musí být 200 ml: $x + y = 200$

Celkové množství kyseliny musí odpovídat 17 % koncentraci:

$$0,05 \cdot x + 0,20 \cdot y = 0,17 \cdot 200$$

$$0,05x + 0,20y = 34$$

Vyřešíme soustavu rovnic:

1. Z první rovnice vyjádříme $y = 200 - x$
2. Dosadíme do druhé rovnice: $0,05x + 0,20(200 - x) = 34$

$$-0,15x = -6$$

$$x = 40$$

3. Dosadíme do $y = 200 - x$: $y = 200 - 40 = 160$

Odpovědi:

✓ **6.1 Tereza použije 40 ml roztoku z modré lahve.**

✓ **6.3 Poměr objemů zelené a modré lahve je 4:1.**

7.

7.1 Povrch nově vzniklé kostky

Každá malá kostka má hranu 3 cm, tedy hrana kostky složené z 8 kostek bude: $3 \times 2 = 6$ cm

Povrch krychle se vypočítá jako: $6 \times 6 \times 6 = 6 \times 36 = 216$ cm²

✓ **Povrch nově vzniklé kostky je 216 cm².**

7.2 Součet číslic na nové kostce

Každá malá kostka obsahuje čísla 1 až 6. Nejvyšší číslo na jedné stěně je 6.

Na každé nové stěně bude čtyřnásobek čísla, co by byl na malé kostce, tedy:

$$4 \times (6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1) = 4 \times 21 = 84$$

✓ **Součet číslic na nové kostce je 84.**

8.

8.1 Za jak dlouho by postavil zeď sám Karel?

- Adam postaví zeď za 12 hodin.
- Adam by ji postavil o 6 hodin pomaleji než Filip, tedy Filipovi to trvá: $12 - 6 = 6$ hodin
- Filip by ji postavil za 75 % času, co Karel, tedy: 8 hodin

✓ **Karel postaví zeď sám za 8 hodin.**

8.2 Za jak dlouho postaví zeď všichni společně?

- Rychlost práce jednotlivých dělníků:
 - Adam: $\frac{1}{12}$ zdi za hodinu
 - Filip: $\frac{1}{6}$ zdi za hodinu
 - Karel: $\frac{1}{8}$ zdi za hodinu

Celková rychlost práce všech tří: $\frac{1}{12} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{9}{24}$

Celkový čas na postavení zdi: $24/9 \approx 2.67$ hodin = 2 hodiny a 40 minut

✓ **Společně postaví zeď za přibližně 2 hodiny a 40 minut.**

8.3 Pokud Karel odejde po 2 hodinách a Adam po další hodině

První 2 hodiny: Všichni pracují společně $2 \times 9/24 = 18/24 = 75\%$

Po dvou hodinách zbývá: 25% zdi

Další 1 hodina: Filip a Adam pokračují

Jejich rychlost je: $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{6}{24}$

Po jedné hodině postaví: $24/6 = 25\%$

Po třech hodinách máme postaveno $75\% + 25\% = 100\%$, což znamená, že už po třech hodinách je zeď hotová.

✔ **Zeď postaví za přesně 3 hodiny.**

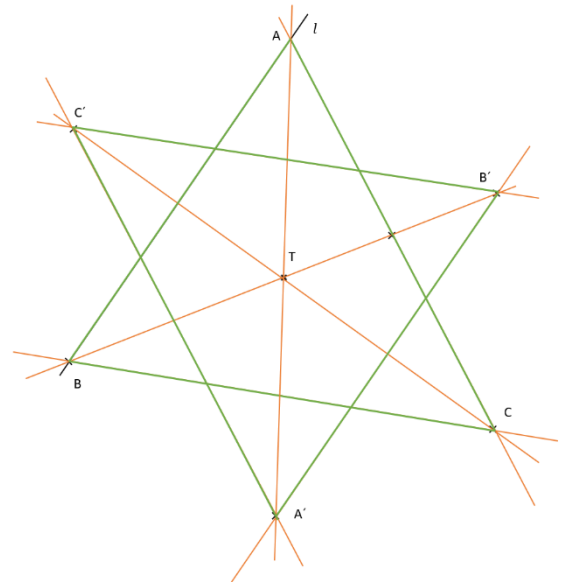
9.

9.1 Sestrojení všech možných rovnoramenných trojúhelníků ABC

Bod T je těžištěm trojúhelníku, což znamená, že rozděluje těžnice v poměru 2:1.

Základna AB leží na přímce l, což znamená, že body A a B musí být na této přímce.

Vrchol C musí být umístěn tak, aby těžiště bylo v daném bodě T.



9.2 Sestrojení obrazu trojúhelníku podle středové souměrnosti podle bodu T

Středová souměrnost podle bodu T znamená, že každý bod se zobrazí do bodu, který je stejně vzdálený od T, ale v opačném směru.

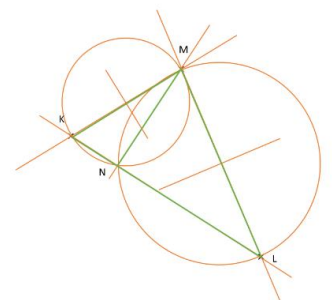
Zkonstruujeme obrazy bodů A, B, C pomocí souměrnosti podle T a spojíme body tak, aby vznikl nový trojúhelník A'B'C'.

✔ **Lze narýsovat jeden rovnoramenný trojúhelník ABC a jeden jeho obraz.**

10.

Výsledek:

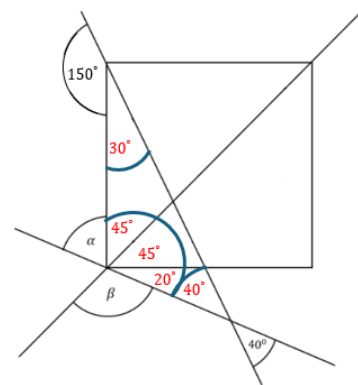
1. Sestrojte dvě Thaletovy kružnice:
 - První na úsečku KM vedenou bodem M.
 - Druhou i na úsečku LM vedenou bodem L.
2. Průsečík těchto dvou kružnic označte jako bod N – tento bod bude vrcholem obou pravoúhlých trojúhelníků s pravými úhly právě v N.
3. Spojte body K, L a M s bodem N – vzniknou dva pravoúhlé trojúhelníky KMN a LMN.
4. Ověřte pravé úhly – zkontrolujte, že úhly $\angle KNM$ a $\angle LNM$ jsou opravdu pravé (90°).



✔ **Tímto způsobem získáme bod N jako společný vrchol dvou pravoúhlých trojúhelníků**

11.

- Je nutno si uvědomit, že vnitřní úhly ve čtverci mají ve 90° , úhly protější se rovnají a úhly vedlejší se doplňují.
- Poté postupně dopočítáme všechny úhly.
- Úhel α měří 70°
- Úhel β měří 115°



Úhel $\alpha + \beta$ měří 185° tedy D)

12.

1. Určení možných hodnot strany a

Pro platnost trojúhelníkové nerovnosti musí platit, že součet délek dvou stran je větší než délka třetí strany.

Proto a může nabývat celočíselných hodnot 6, 7, 8, ..., 16.

2. Určení trojúhelníků s největším a nejmenším obvodem

- Nejmenší obvod bude mít trojúhelník s a = 6 cm $O=6+6+11=23$ cm
- Největší obvod bude mít trojúhelník s a = 16 cm $O=16+6+11=33$ cm
- Rozdíl obsahů: $33 - 23 = 10$ cm

B) o 10 cm tedy: C)

13.

Máme silniční válec s:

- průměrem 1 m, takže poloměr $r = 0.5$ m
- výška 1 m
- Ulice má délku 628 m a šířku 6 m

1. Výpočet obvodu válce

Obvod podstavy válce (dráha na zemi při jedné otáčce): $O=2\pi r=2\pi \times 0.5=3.14$ m

Každá otáčka válce pokryje pás o délce 3.14 m a šířce 1 m.

2. Celkový počet otáček pro celou ulici

Aby válec pokryl celou šířku silnice (6 m), musí projet 6 pásy po 1 m.

Každý pás má délku 628 m, takže počet otáček na jeden pás: $628/3.14=200$ otáček

Protože je potřeba pokrýt 6 pásů, celkový počet otáček: $200 \times 6=1200$ otáček

Správná odpověď: A) 1 200 otáček

14.

14.1 Úhel Alfa trojúhelníku měří 3600 minut.

- 3600 minut je stejný jako 60° .
- V rovnostranném trojúhelníku jsou všechny úhly 60° .

Tvrzení je pravdivé (A).

14.2 Trojúhelník je rovnostranný.

- Všechny tři strany mají délku x , což odpovídá definici rovnostranného trojúhelníku.

Tvrzení je pravdivé (A).

14.3 Součtem vnitřních úhlů trojúhelníku vznikne úhel přímý.

- Součet vnitřních úhlů trojúhelníku je vždy 180° .
- Úhel 180° je přímý úhel.

Tvrzení je pravdivé (A).

15.

15.1 Počet historických románů po rozšíření

Celkový počet knih: 1 200

- Detektivky: 30 % z 1 200: $0.3 \times 1200 = 360$
- Fantasy: O 40 více než detektivky $360 + 40 = 400$
- Historické romány: Zbytek $1200 - (360 + 400) = 440$

Celkový počet historických románů: 440 knih

Odpověď: F) jiné číslo

15.2 Původní cena mobilního telefonu

Po první slevě 15 % stojí mobil 8 415 Kč: $0.85 \times P = 8415$

Vyjádříme původní cenu: $P = 8415 / 0.85 = 9900$

Po druhé slevě 20 % stojí mobil 8 415 Kč: $0.80 \times 8415 = 6732$

Vyjádříme celkovou slevu: $C = 9900 - 6732 = 2168$

Odpověď: D) 2 168

15.3 Cena základní vstupenky

Nechť cena základní vstupenky je x .

- Kubíkovi celkem zaplatili 4 200 Kč: $2x + y = 4200$
- Ludvíkovi celkem zaplatili 6 000 Kč: $3x + y = 6000$

$$x = 1\,800$$

$$y = 600$$

✔ **Odpověď: A) 1200**

16.

16.1 Počet černých čtvercových polí

Na obrázku vidíme dlaždice, které obsahují 4 menší trojúhelníky (2 černé a 2 bílé).

Když vyskládáme 4 sloupce a 10 řad, budeme mít celkem: $3 \times 10 = 30$ dlaždic

V každém řádku je o jednu dlaždici méně, než je počet sloupců: $3 \times 10 = 30$

✔ **Odpověď: 30 černých čtvercových polí**

16.2 Počet dlaždiček v koupelně

Zadání říká, že v koupelně je 42 bílých čtvercových polí.

42 rozložíme na 7×6 .

Počet dlaždic: $7 \times 7 = 49$ dlaždic.

✔ **Odpověď: 49 dlaždic bylo potřeba na vydláždění koupelny.**

16.3 Poměr černých a bílých čtvercových polí

Počet sloupců: 13

Počet řad: 8

Celkový počet dlaždic: $13 \times 8 = 104$

V každém řádku je o jednu černou dlaždici méně, než je počet sloupců: $12 \times 8 = 96$

V každém sloupci je o jednu černou dlaždici méně, než je počet řádků: $13 \times 7 = 91$

Poměr v základním tvaru: 96:91

✔ **Odpověď: Poměr černých a bílých čtvercových polí je 96:91.**