Matematika 9

Klíč správných řešení MPNS – 022025K

1.

1. Druhá mocnina čísla 9: $9^2 = 9 \times 9 = 81$

2. Druhá odmocnina čísla 9: $\sqrt{9} = 3$

3. Kolikrát je větší druhá mocnina než druhá odmocnina? 81/ 3 = 27

✅ **Výsledek: 27 krát**

2.

2.1 Vypočtěte v minutách desetinu úhlu 5°.

1. Vypočítáme desetinu úhlu: 5° / 10 = 0,5°
2. Převedeme stupně na minuty: 0,5° × 60 = 30'

✅ **Desetina úhlu 5° je 30 minut.**

2.2 O kolik minut je větší úhel 7,9° než úhel 6,4°?

1. Rozdíl mezi úhly ve stupních: 7,9° − 6,4° = 1,5°
2. Převedeme stupně na minuty: 1,5° × 60 = 90'

✅ **Úhel 7,8° je o 90 minut větší než úhel 3,2°.**

3.1

$$0{,}5 - 0{,}4 \cdot 0{,}5 : 0{,}2 + 0{,}7 = 0{,}5 - 0{,}2 : 0{,}2 + 0{,}7 = 0{,}5 - 1 + 0{,}7 = 0{,}2 = \mathbf{\frac{1}{5}}$$

3.2

$$\frac{\frac{5}{2} \cdot \frac{7}{9} - \frac{15}{9}}{\frac{15}{9} - \frac{13}{9}} \cdot \frac{4}{5} = \frac{\frac{35}{18} - \frac{15}{9}}{\frac{2}{9}} \cdot \frac{4}{5} = \frac{\frac{35}{18} - \frac{30}{18}}{\frac{2}{9}} \cdot \frac{4}{5} = \frac{5}{18} \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{4}{5} = 1$$

4.1 Rozložení na součin podle vzorce

Použijeme vzorec pro rozdíl čtverců: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

✅ **Výsledek:** ***(11 x − 18) (11x + 18)***

4.2 Umocnění a zjednodušení podle vzorce

$$\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{a}{4^2}\right]^2 = \left(\frac{4}{9} - \frac{a}{16}\right)^2 = \boldsymbol{\frac{16}{81} - \frac{a}{18} + \frac{a^2}{256}}$$

4.3 Zjednodušení výrazu

$$(9z : 4z) \cdot (4z - 8) + (z + 8) \cdot (z - 8) = \frac{9}{4} \cdot (4z - 8) + z^2 - 64 = 9z - 18 + z^2 - 64 = \boldsymbol{z^2 + 9z - 82}$$

5.1

$$4(x-3)+3(2x-1)=4\cdot(4x-2)-(6x+7)$$

$$4x-12+6x-3=16x-8-6x-7$$

$$10x-15=10x-15$$

$$0=0\ \rightarrow rovnice\ má\ nekonečně\ mnoho\ řešení$$

5.2

$$2x+\frac{5}{2}x=\frac{4}{3}x+\frac{7x}{6}-\frac{12}{4}x+\frac{1}{4}$$

$$24x+30x=16x+14x-36x+3$$

$$54x=-6x+3$$

$$60x=3$$

$$\boldsymbol{x=\frac{1}{20}}$$

6.

Definování proměnných:

- Počet prodaných pizz Salami = x
- Počet prodaných pizz Margarita = 2x
- Počet prodaných pizz Quattro formaggio = x + 1

Známé hodnoty z tabulky:

- Hawaii: 3 ks, cena 280 Kč
- Americana: 2 ks, cena 270Kč
- Celkový výdělek: 5 720 Kč

Celkový výdělek můžeme vyjádřit rovnicí:

3 · 280 + 2 · 270 + x · 280 + 2x · 240 + (x+1) · 260 = 5 720

840 + 540 + 280x + 480x + 260x + 260 = 5 720

1 020 x + 1 640 =5 720

x = 4

Počet pizz Margarita = 2x = 2×4 = 8

6.2 Kolik korun restaurace vydělala prodejem pizzy Salami?

- Cena za pizzu Salami: 280 Kč
- Počet prodaných kusů: x = 4
- **Celkový výdělek: 4 × 280 = 1 120 Kč**

6.3 Průměrná cena za jednu prodanou pizzu

Celkový počet prodaných pizz: 3 + 2 + 4 + 8 + 5 = 22

Průměrná cena: 5 720 / 22 = **260 Kč**

Odpovědi:

✅ **6.1 Počet prodaných pizz Margarita: 8 kusů**

✅ **6.2 Restaurace vydělala prodejem pizzy Salami: 1 120 Kč**

✅ **6.3 Průměrná cena za jednu pizzu: 260 Kč**

7.

7.1 Kolik dm lana bude potřeba k upoutání stožáru?

Rozbor situace:

- Výška stožáru: 12 m
- Lana jsou připevněna ve dvou třetinách výšky: 8 m
- Lana jsou ukotvena 6 m od paty stožáru.

Máme pravoúhlý trojúhelník, kde:

- Výška je 8 m.
- Vzdálenost od paty stožáru je 6 m.
- Lano je přeponou tohoto trojúhelníka.

Použijeme Pythagorovu větu:

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = 8^2 + 6^2$$
$$c = \sqrt{100}$$
$$c = 10$$

Máme čtyři lana, takže celková délka lana je: *4 × 10 = 40 m*

Převedeme na decimetry: *40 × 10 = 400 dm*

✅ **Odpověď 7.1: 400 dm lana**

7.2 O kolik více/méně metrů lana by bylo potřeba v druhém případě?

Nová situace:

- Lana jsou připevněna na vrcholu stožáru (12 m)
- Ukotvena 5 m od paty stožáru

Použijeme Pythagorovu větu:

$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$c^2 = 12^2 + 5^2$$
$$c = \sqrt{169}$$
$$c = 13$$

Máme pouze tři lana, takže celková délka lana je: *3 × 13 = 39 m*

Porovnáme s předchozím případem: *40 – 39 = 1 m*

✅ **Odpověď 7.2: Bylo by potřeba o 1 metr méně lana.**

8.

Dané údaje:

- Obdélník:
  - delší strana: 10 cm
  - kratší strana: 5 cm
- Pravoúhlý rovnoramenný trojúhelník:
  - Odvěsny: 4 cm a 3 cm

8.1 Obvod šipky v dm:

OMLOUVÁME SE, ALE U TÉTO PODÚLOHY SE VYSKYTLA VE VIDEOROZBORU A PŘI OPRAVĚ TESTŮ MALÁ CHYBA VE VÝPOČTĚ. POKUD JSME TO NĚKOMU OPRAVILY ŠPATNĚ A PŘÁL BY SI, ABYCHOM MU TENTO JEDEN BOD ODEČETLY ČI PŘIČETLY KONTAKTUJTE NÁS EMAILEM. ŘIĎTE SE TEDY PROSÍM SPRÁVNÝM VÝPOČTEM ZDE V KLÍČI.

JINAK CHYBA SE VYSKYTLA U VÝPOČTU DELŠÍ Z ODVĚSEN, KDY TO, CO Z 8 CENTIMETRŮ ZBYDE PO ODEČTENÍ 5 CENTIMETRŮ, JSOU 3 CENTIMETRY NIKOLIV 4 CENTIMETRY.

SPRÁVNÝ VÝSLEDEK JE TEDY 3,8 DECIMETRŮ NIKOLIV 3,9 DECIMETRŮ.

Přeponu trojúhelníku vypočítám pomocí Pythagorovy věty a vyjde 5 cm.

Obvod tedy:

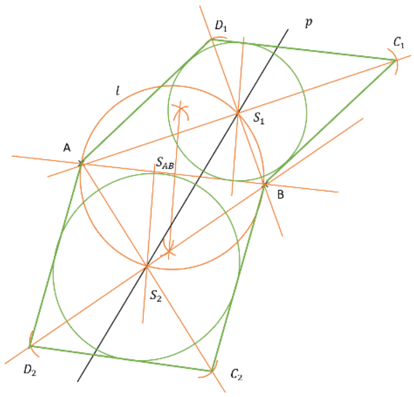
$$o = 2 \cdot 10 + 5 + 2 \cdot 1{,}5 + 2 \cdot 5$$
$$o = 20 + 5 + 3 + 10$$
$$o = 38\ cm$$

✅ **Odpověď 8.1: Obvod šipky je 3,8 dm.**

8.2 Obsah šipky
Obsah obdélníku: $S = 5 \cdot 10 = 50\ cm$
Obsah dvou trojúhelníků: $S = 4 \cdot 3 = 12\ cm$
Celkový obsah šipky: $S = 50 + 12 = 62\ cm$
✅ **Odpověď 8.2: Obsah šipky je 0,62 dm^2.**

9.

9.1 Konstrukce všech možných kosočtverců ABCD



- Střed S kosočtverce ABCD leží na přímce p.
- Setsrojíme Thaletovu kružnici ze středu úsečky AB o průměru AB.
- Tam, kde se nám kružnice protne s přímkou *p* jsou body S.
- Narýsujeme úhlopříčky kosočtverce.
- Vzdálenost S od C je stejná jako vzdálenost S od A a vzdálenost S od D je stejná jako vzdálenost S od B .
- Najdeme tedy dva možné body C a D , což nám dává dvě možné orientace kosočtverce.
- Spojíme body C v a D s A a B, čímž získáme všechny možné kosočtverce.

9.2 Konstrukce kružnic vepsaných kosočtvercům ABCD

- Střed kružnice vepsané se shoduje se středem kosočtverce SSS.
- Poloměr vepsané kružnice je vzdálenost středu S od středu libovolné strany kosočtverce.
- Pomocí kolmice ze středu S na libovolnou stranu získáme délku poloměru.

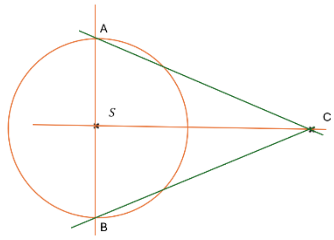
- Sestrojíme kružnice se středem v bodě S a daným poloměrem.

Výsledek:

✅ **Existují dva kosočtverce (liší se orientací úhlopříček).**

✅ **Každému kosočtverci odpovídá jedna vepsaná kružnice.**

10.

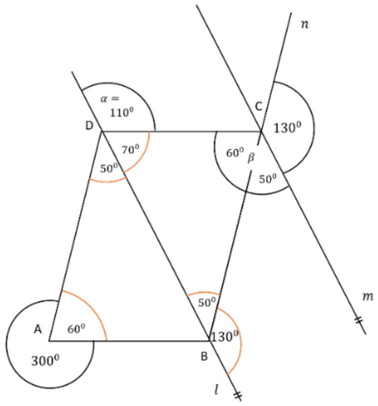


- Bod S je středem úsečky AB.
- Úsečka AB měřící 6 cm je základnou rovnoramenného trojúhelníku ABC.
- Sestrojíme přímku procházející bodem C a S kolmo k základně AB.
- Bod A i bod B jsou vzdálené 3 cm od středu S.

Výsledek:

✅ **Existuje jeden možný rovnoramenný trojúhelník ABC**

11.



- Je nutno si uvědomit, že vnitřní protější úhly v kosodélníku jsou stejné a dva úhly vedlejší se musí rovnat 180°.
- Poté postupně dopočítáme všechny úhly.
- Úhel α měří 110°
- Úhel β měří 110°

✅ **Úhel $\boldsymbol{\alpha - \beta}$ měří 0° tedy možnost C)**

12.

1. Zjistíme celkovou uběhnutou vzdálenost:
   - Ovál měří 4 km.
   - Kamarádi dohromady uběhli 11,25 kol, takže: 11,25 × 4 = 45 km

2. Rozložíme uběhnuté vzdálenosti mezi běžce:
   - Petr uběhl x km.
   - Lukáš uběhl o 3 km více, tedy (x + 3) km.
   - Karel uběhl o 3 km více než Lukáš, tedy (x + 3 + 3) = (x + 6) km.
   - Celkem uběhli 45 km, takže: x + (x + 3) + (x + 6) = 45

3 x + 9 = 45

3 x = 36

x = 12 km

Petr: x = 12 km

Lukáš: x + 3 = 15 km

Karel: x + 6 = 18 km

Správná odpověď: ✅ A) 18 km

13.

1) Objem hranolu

Hranol má obdélníkovou podstavu s rozměry 4 cm × 5 cm a výšku 6 cm.
Objem hranolu se vypočítá podle vzorce: 4 × 5 × 6 = 20 × 6 =120 cm^2

2) Objem pravidelného čtyřbokého jehlanu

Pravidelný čtyřboký jehlan má stejnou podstavu jako hranol (tj. 4 cm × 5 cm) a stejnou výšku (6 cm), takže: $V \; = \frac{1}{3} S_{podstavy} \cdot v = \frac{1}{3} \cdot 20 \cdot 6 = 40 \;\; cm^2$

3) Rozdíl objemů: 120 – 40 = 80 cm^2

Tato hodnota není v možnostech, takže správná odpověď je E) jiný objem. ✅

14.

14.1 Nejvyšší cena eura byla o dvě koruny nižší než nejnižší cena libry.

- Nejvyšší cena eura podle grafu je 26 Kč (rok 2021).
- Nejnižší cena libry je 27,5 Kč (rok 2023).
- Rozdíl mezi nimi je 28 – 27,5 = 1,5 Kč

❌ **Tvrzení je ne pravdivé (N).**

14.2 Poměr ceny eura v roce 2022 a v roce 2024 je 20:19.

- Cena libry v roce 2022: 30 Kč
- Cena libry v roce 2024: 28,5 Kč

Poměr těchto hodnot: 30 : 28,5 = 60 : 57 = 20 : 19

✅ **Poměr skutečně odpovídá 20:19, tedy tvrzení je pravdivé (A).**

14.3 Průměrná cena eura na začátku let znázorněných v grafu je 25,2 Kč.

- Ceny eura v jednotlivých letech:
    - 2020: 25,5 Kč
    - 2021: 26 Kč
    - 2022: 24,5 Kč
    - 2023: 24 Kč
    - 2024: 25 Kč

- 2025: 25 Kč

- Průměr: 150 : 6 ≈ 25

Očekávaný průměr byl 25,2 Kč, což neodpovídá ❌ Tvrzení je nepravdivé (N).

15.

15.1

- Zeměpisná učebnice: 160 stran
- Dějepisná učebnice: o 75 % více než zeměpis: 160 × 1,75 = 280 stran
- Matematická učebnice: o 20 % méně než dějepis: 280 × 0,8 = 224 stran

✅ **Odpověď: 224 stran → E)**

15.2

Tomáš čte a musí přečíst 960 stran.

Každý den přečte $\frac{1}{32}$ knihy, tedy 30 stránek.

Za tři dny přečte 90 stránek.

✅ **Odpověď: 90 stránek, tedy F) jiný počet.**

15.3

- Označíme x jako počet **německých knih**.
- Anglických knih je **2× více než německých** → **2x**
- Francouzských knih je **o 20 méně než anglických** → **2x - 20**

Celkem **630 knih**: x + 2x + 2x-20 = 630

5x-20 = 630

5x = 650

5x = 650

x = 130

Francouzských knih: 260 – 20 = 240 knih

✅ **Odpověď: A.**

16.

n = pořadí města

16.1 Určete počet křižovatek ve městě se 144 domy.

$$počet\ bloků = 4n^2$$
$$4n^2 = 144$$
$$n = 6$$

Počet křižovatek je: (n-1)×(n-1)=5×5=25

✅ **Odpověď: 25 křižovatek**.

16.2 Určete počet ulic ve městě s 81 křižovatkami.

Počet křižovatek se počítá jako $(n+1)^2$. Položíme tedy rovnici:

$$(n+1)^2 = 81$$
$$n = 8$$

Počet ulic: 2(n+1)=2×9=18

✅ **Odpověď: 18 ulic**.

16.3 Určete počet domů ve městě se 32 ulicemi.

Počet ulic je 2(n-1) tedy:

$$2(n-1) = 32$$
$$n = 17$$

Počet domů: $4n^2$=4×17 ^{2}=1156

✅ **Odpověď: 1156 domů**.