Matematika 9. ročník

Klíč správných řešení MPNS-062025K

1.

Nejprve si rozebereme zadání:

1. Celková rozloha pozemku je 100 arů = 10 000 m^2.
2. Část pozemku: 500 m^2.
3. Zlomkem vyjádříme, jakou část tvoří 500 m^2 z celého pozemku: $\frac{500}{10\,000} = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$

✅**Odpověď: Část pozemku tvoří $\frac{1}{20}$ celkového pozemku.**

2.1 1 000 *cm* + $\boxed{9\,000\ cm}$ = 10 000 *cm*

✅**Správná odpověď: 9000 cm**

2.2 100 *ha* – 1 *ha* = $\boxed{99\ ha}$

✅**Správná odpověď: 99 ha**

3.1 $\left(\frac{4}{5} - \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{8}\right) : \frac{13}{5} - \frac{1}{2} = \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{20}\right) : \frac{13}{5} - \frac{1}{2} = \frac{13}{20} \cdot \frac{5}{13} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} - \frac{2}{4} = -\mathbf{\frac{1}{4}}$

3.2 $\frac{\left(\frac{13}{9} - \frac{4}{9}\right) \cdot \frac{9}{2} : \frac{9}{7}}{\frac{7}{4} \cdot \frac{3}{2}} = \frac{\frac{9}{9} \cdot \frac{9}{2} : \frac{9}{7}}{\frac{21}{8}} = \frac{1 \cdot \frac{9}{2} \cdot \frac{7}{9}}{\frac{21}{8}} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{21}{8}} = \frac{7}{2} \cdot \frac{8}{21} = \frac{1}{1} \cdot \frac{4}{3} = \mathbf{\frac{4}{3}}$

4.1 Upravte a rozložte na součin vytknutím

$x \cdot (x + 7) - y \cdot (x + yx) = x^2 + 7x - xy - y^2 x = \boldsymbol{x \cdot (x + 7 - y - y^2)}$

4.2 Umocněte a zjednodušte

Použijeme vzorec pro druhou mocninu dvojčlenu: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Výsledek: $\left(7 - \frac{4}{5}y\right)^2 = \boldsymbol{49 - \frac{56}{5}y + \frac{16}{25}y^2}$

4.3 Zjednodušte

$7z \cdot (z + 3 - 4z) + (z + 3) \cdot (z - 5) = -21z^2 + 21z + z^2 - 5z + 3z - 15 = \boldsymbol{-20z^2 + 19z - 15}$

5.1

$$x^2 + 0{,}3 \cdot (x - 0{,}1) + 1{,}5x = (x - 0{,}9) \cdot (x + 0{,}7)$$

$$x^2 + 0{,}3x - 0{,}03 + 1{,}5x = x^2 + 0{,}7x - 0{,}9x - 0{,}63$$

$$x^2 + 1{,}8x - 0{,}03 = x^2 - 0{,}2x - 0{,}63$$

$$2x = -0{,}6$$

$$\boldsymbol{x = -0{,}3 = -\frac{3}{10}}$$

5.2

$$\frac{3x}{15} - 2x = \frac{3}{3}x - \frac{15 - x}{5} - \frac{6}{6}$$

$$3x - 30x = 15x - 45 + 3x - 15$$

$$-45x = -60$$

$$-3x = -4$$

$$\boldsymbol{x = \frac{4}{3}}$$

6.

Označme si částky jednotlivých členů takto:

- P … částka Petra
- V … částka Václava
- J … částka Jirky

Zadání nám dává tři rovnice:

1. Václavova činí tři čtvrtiny Petrovy částky: $V = \frac{3P}{4}$
2. Jirkova částka je o 400 Kč menší než dvojnásobek Václavovy částky: *J = 2V − 400*
3. Celková výhra je 4800 Kč: *P + V + J = 4 800*

Výpočet jednotlivých částek

1. Vyjádříme J v závislosti na P

Dosadíme za V = $\frac{3P}{4}$ do druhé rovnice: $J = 2 \cdot \frac{3P}{4} - 400$

$$J = \frac{3P}{2} - 400$$

2. Dosazení do celkové rovnice

$$P + \frac{3P}{4} + \left(\frac{3P}{2} - 400\right) = 4\,800$$

$$\frac{4P}{4} + \frac{3P}{4} + \frac{6P}{4} = 5\,200$$

$$\frac{13P}{4} = 5\,200$$

$$P = 1\,600$$

3. Výpočet V a J $V = \frac{3 \cdot 1\,600}{4} = 1\,200$

$$J = \frac{3 \cdot 1\,600}{2} - 400 = 2\,000$$

6.1 Kolik peněz získá Jirka?

✅ **Jirka získá 2000 Kč.**

6.2 Kolik procent z celkové částky získá Václav? $\frac{1\,200}{4\,800} \cdot 100 = 25\%$

✅ **Václav získá 25 % z celkové částky.**

6.3 V jakém poměru budou Jirkova a Petrova částka? $\frac{J}{P} = \frac{2\,000}{1\,600} = \frac{5}{4}$

✅ **Poměr Jirkovy a Petrovy částky je 5:4.**

7.

Celkový počet kilometrů označíme jako x.

7.1 Počet kilometrů neujetých první den

První den Jarda ujel $\frac{1}{5}$ trasy:

ujetá vzdálenost první den = $\frac{x}{5}$

Neujetá vzdálenost po prvním dni je: $x - \frac{x}{5} = \frac{5x}{5} - \frac{x}{5} = \frac{4x}{5}$

✅ **Neujetá vzdálenost po prvním dni je $\frac{4x}{5}$.**

7.2 Počet kilometrů ujetých poslední den

Druhý den Jarda ujel $\frac{1}{4}$ trasy: $\frac{x}{4}$

Třetí den ujel $\frac{1}{8}$ trasy: $\frac{x}{8}$

Celkem po třech dnech ujel: $\frac{x}{4} + \frac{x}{5} + \frac{x}{8} = \frac{10x}{40} + \frac{8x}{40} + \frac{5x}{40} = \frac{23x}{40}$

Po třech dnech zbývá dojet: $x - \frac{23x}{40} = \frac{17x}{40}$

Čtvrtý a pátý den Jarda ujel stejný počet kilometrů, takže na jeden den připadá: $\frac{17x}{80}$

✅ **Jarda ujel poslední den $\frac{17x}{80}$ km.**

7.3 Výpočet celkové trasy, pokud Jarda poslední den ujel 85 km

Známe rovnici:

$$\frac{17x}{80} = 85\ km$$
$$17x = 6800$$
$$x = 400$$

✅ **Celková trasa měřila 400 km.**

8.

8.1 Obsah čtverce složeného z osmnácti trojúhelníků

Čtverec ABCD má celkový obsah 256 cm^2 a je rozdělen na 32 rovnoramenných pravoúhlých trojúhelníků.

Obsah jednoho trojúhelníku je: *256 / 32 = 8* cm^2

Obsah čtverce složeného z 18 těchto trojúhelníků: *18 × 8 = 144* cm^2

✅ **Obsah čtverce složeného z 18 trojúhelníků je 144 cm^2.**

8.2 Obvod čtverce ABCD

Obsah čtverce ABCD je: $a^2 = 256$

Vypočítáme délku strany a: $a = \sqrt{256} = 16\ cm$

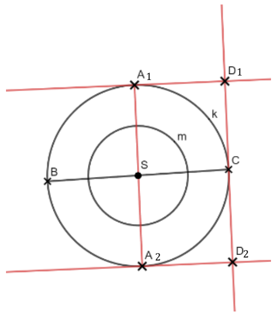
Obvod čtverce: *O = 4 a = 4 × 16 = 64 cm*

✅ **Obvod čtverce ABCD je 64 cm.**

9.

Postup:

1. Sestrojíme osu úsečky BC – to je přímka kolmá k BC procházející jejím středem.
2. Průsečíky této osy s kružnicí k jsou hledané body A.
3. Najdeme body D tak, aby ASCD byl čtverec.

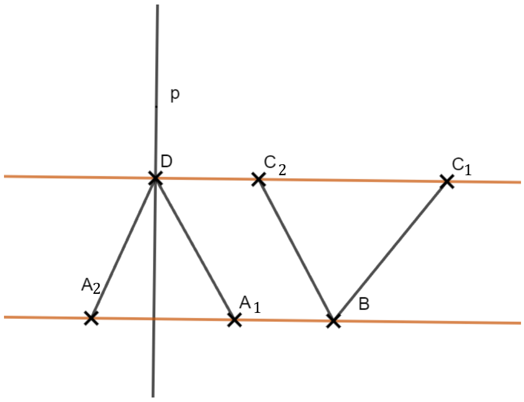


✅ **Výsledkem jsou dva různé čtverce ASCD odpovídající dvěma bodům A.**

10.

Postup:

1. Sestrojte kružnici k1 se středem v bodě B a poloměrem 4 cm (délka ramene).
2. Sestrojte kružnici k2 se středem v bodě D a poloměrem 4 cm (délka ramene).
3. Průsečíky kružnic k1 a k2 označte jako A a C – to jsou zbývající vrcholy rovnoramenného lichoběžníku.
4. Spojte body A, B, C a D a tím dokončete lichoběžník.



✅ **Výsledkem jsou dva různé rovnoramenné lichoběžníky ABCD odpovídající dvěma bodům A,C.**

11.

1. Zjistíme počty dětí s jednotlivými známkami:
   - Známka 1: 9 dětí
   - Známka 2: 6 dětí
   - Známka 3: 11 dětí
   - Známka 4: 2 děti
   - Známka 5: *x* dětí (neznámý počet)
2. Vyjádříme celkový počet dětí: *9 + 6 + 11 + 2 + x = N*
3. Využijeme vzorec pro aritmetický průměr:

$$\frac{9 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 11 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + x \cdot 5}{28 + x} = 2{,}4$$
$$\frac{9 + 12 + 33 + 8 + 5x}{28 + x} = 2{,}4$$
$$62 + 5x = 2{,}4x + 67{,}2$$
$$2{,}6x = 5{,}2$$
$$x = 2$$

4. Celkový počet dětí: *N = 28 + 2 = 30*

✅ **Tento počet není v možnostech, takže správná odpověď je E) Jiný počet dětí.**

12.

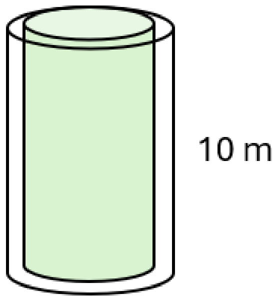
Poloměry jsou zadány v decimetrech:

- vnitřní poloměr: r1=12 dm = 1,2 m
- vnější poloměr: r2=20 dm = 2 m

Délka roury: h=10 m

Vzorec pro objem obalu

Objem obalu = rozdíl objemů válců: $V = \pi h(r_2^2 - r_1^2)$



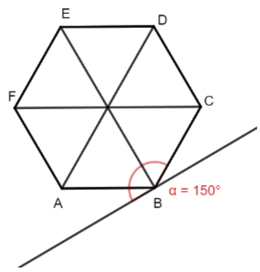
Dosazení

$$V = \pi h(r_2^2 - r_1^2)$$
$$V = \pi 10(2^2 - 1{,}2^2)$$
$$V = \pi 10(4 - 1{,}44)$$
$$V = \pi \cdot 10 \cdot 2{,}56$$
$$\boldsymbol{V = 25{,}6\pi}$$

✅**Správná odpověď: A) 25,6 l $\pi\, m^3$**

13.

Postup výpočtu úhlu α:



1. Vlastnosti pravidelného šestiúhelníku
   - Vnitřní úhly šestiúhelníku jsou 120°.
   - Šestiúhelník se skládá ze šesti rovnostranných trojúhelníků.
2. Úsečka BE
   - BE je úhlopříčka šestiúhelníku procházející jeho středem.
   - Přímka je na ni kolmá, tedy svírá úhel 90°.
3. Úhel α jako doplněk úhlu mezi BC a kolmicí
   - Úhel mezi stranou BC a BE (úhlopříčkou) v pravidelném šestiúhelníku je 60°.
   - Proto úhel α = 90° + 60° = 150°.

✅ **Správná odpověď je C) 150°**.

14.

14.1 Sečtením jednoho metru čtverečního s jedním metrem vznikne jeden metr krychlový.

m^2 a m nejsou stejné jednotky – nelze je sčítat.

Odpověď: ❌ (N – nepravdivé)

14.2 Tři ary jsou ekvivalentní třiceti metrům čtverečním.

1 ar = 100 m^2, tedy 3 ary = 3 × 100 = 300 m^2.

Odpověď: ❌ (N – nepravdivé)

14.3 Pět osmin decimetru čtverečního je to samé jako tisíc šestnáctin centimetru čtverečního.

1 dm^2 = 100 cm^2.

$\frac{5}{8}\mathrm{dm}^2 = \frac{5}{8} \cdot 100 = 62.5\ \mathrm{cm}^2$.

$\frac{1\,000}{16} = 62.5\ \mathrm{cm}^2$.

Obě hodnoty jsou stejné.

Odpověď: ✅ (A – pravdivé)

15.

15.1 Kolik dní bude trvat než si Rudolf vydělá dostatek peněz?

- Každý den pracuje 6 hodin, jeho mzda je 120 Kč/hod.
- Denní výdělek: 6 × 120 = 720 Kč
- Potřebuje 7 200 Kč: 7 200 ÷ 720 =10 dní
- Pracuje pouze všední dny (pondělí–pátek).
- 10 pracovních dní zvládne za 12 dní.
- Není přesně řečeno, jestli se jedná pouze o pracovní dny, nebo o dny obecně.

✅ **Odpověď: A) 12 dní, E) 10 dní**

15.2 Kolik dní bude trvat Radimovi jeho cesta z Brna do Barcelony?

- Celková vzdálenost: 1 760 km
- Denně ujede: 20 × 8 = 160 km
- Počet dní jízdy: 1 760 ÷ 160 = 11 dní

✅ **Odpověď: C) 11 dní**

15.3 Kolik dní byl Karlův otec na vojně.

- Počet čárek, které Karel nakreslil: 105
- Je dobré si zakreslit tabulku:

1.týden	2.týden	3.týden	4.týden	5.týden
7	7+14	21+21	42+28	70+35

- V n-tém týdnu nakreslí n čárek denně.
- Řešením je n = 5 týdnů.
- Počet dní: 35 dní.

✅**Odpověď: F) 35 dní**

16. Nejdříve je potřeba si uvědomit, kolik každá číslice vyžaduje klacíků.

0: 6 klacíků	1: 2 klacíky	2: 5 klacíků	3: 5 klacíků	4: 4 klacíky
5: 5 klacíků	6: 6 klacíků	7: 3 klacíky	8: 7 klacíků	9: 6 klacíků

16.1
Našim cílem je, aby číslo mělo co nejméně cifer tedy 2. Nejmenší číslo, které lze vytvořit pomocí 12 sirek, je 28. Tohoto čísla dosáhnete, když sestavíte číslici 2, která vyžaduje 5 klacíků, a číslici 8, která vyžaduje 7 klacíků), což celkem dává 12 klacíků.

✅ **Odpověď: 28**

16.2
Našim cílem je, aby číslo mělo co nejvíce cifer. Největší číslo, které lze vytvořit pomocí 12 sirek, je 111 111. Tohoto čísla dosáhnete, když sestavíte šest jedniček (každá jednička vyžaduje 2 klacíky), což celkem dává 12 klacíků.

✅ **Odpověď: 111 111**

16.3
Součet všech číslic je 45. K zápisu tohoto čísla je potřeba:
4 vyžaduje 4 klacíky. 5 vyžaduje 5 klacíků.
Celkem: 5 + 4 = 9
Takže k zápisu součtu všech číslic je potřeba 9 klacíků.

✅ **Odpověď: 9 klacíků**