

1.

Výpočet celkové vzdálenosti pro každého kamaráda:

Karel:

- Počet hodů: 4
- Vzdálenost na jeden hod: 6 m
- Celkem: $4 \times 6 = 24$ m

Petr:

- Počet hodů: 6
- Vzdálenost na jeden hod: 4 m
- Celkem: $6 \times 4 = 24$ m

Rozdíl mezi jejich výkony: $24 - 24 = 0$ m

Petr naházel o 0 m více než Karel.

2.

2.1

$$\left(\frac{2}{4}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{3^2} + 2^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \cdot \frac{1}{9} + 4 = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + 4 = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + 4 = \frac{3}{12} - \frac{4}{12} + \frac{48}{12} = \frac{47}{12}$$

2.2

$$13^2 - (15 - 9)^2 + (\sqrt{5})^2 - (2 \cdot 5)^2 = 169 - 36 + 5 - 100 = \frac{38}{1}$$

3.1

$$\left(\frac{\frac{5}{8} - \frac{7}{4}}{\frac{3}{2}} + 1\right) \cdot \frac{3}{2} = \left(\frac{\frac{5}{8} - \frac{14}{8}}{\frac{3}{2}} + 1\right) \cdot \frac{3}{2} = \left(-\frac{9}{8} \cdot \frac{2}{3} + 1\right) \cdot \frac{3}{2} = \left(-\frac{3}{4} + 1\right) \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{8}$$

3.2

$$\frac{12}{3} - \frac{15}{2} - \frac{9}{4} + \frac{9}{3} = 4 - \frac{15}{2} - \frac{9}{4} + 3 = \frac{16}{4} - \frac{30}{4} - \frac{9}{4} + \frac{12}{4} = -\frac{11}{4}$$

4.1 Vytknutí 9y

$$27xy + 18y - \frac{9}{4}y^2 = 9y(3x + 2 - \frac{1}{4}y)$$

4.2 Umocnění a zjednodušení

$$\left(\frac{3}{7}y - \frac{4}{2} + \frac{4}{7}y\right)^2 = (y - 2)^2 = y^2 - 4y + 4$$

4.3 Zjednodušení výrazu

$$(0,3x - 2)^2 + (8 + 1)^2 + 9 \cdot (0,8x + 2) - 3 = 0,09x^2 - 1,2x + 4 + 81 + 7,2x + 18 - 3 = 0,09x^2 + 6x + 100$$

5.1

$$\frac{1}{2}(x + 2) - \frac{1}{3}(x - 3) = \frac{1}{4}(x + 8)$$

$$6(x + 2) - 4(x - 3) = 3(x + 8)$$

$$6x + 12 - 4x + 12 = 3x + 24$$

$$2x + 24 = 3x + 24$$

$$x = 0$$

5.2

$$3x - 4y = 3$$

$$5x - 2y = 5$$

$$\begin{array}{r} 3x - 4y = 3 \\ -10x + 4y = -10 \end{array}$$

$$-7x = -7$$

$$x = 1$$

$$3 - 4y = 3$$

$$-4y = 0$$

$$y = 0$$

6.

6.1 Čas sekání druhou a třetí sekačkou dohromady

- První sekačka seká zahradu 90 minut
- Druhá sekačka seká za polovinu času první, tedy 45 minut
- Třetí sekačka seká o půl hodiny rychleji než první, tedy 60 minut

Výkon sekaček (část zahrady posekaná za 1 minutu):

- První: $1/90$
- Druhá: $1/45$
- Třetí: $1/60$

Kombinovaný výkon druhé a třetí sekačky: $x/45 + x/60 + x/90 = 1$

$$9x = 180$$

$$x = 20 \text{ min}$$

✔ **Odpověď: 20 minut**

6.2 Část posekané zahrady za 15 minut, když pracují všechny tři sekačky

Celkový výkon všech sekaček: $1/90 + 1/45 + 1/60 = 9/180 = 1/20$

Zahrada posekaná za 15 minut: $1/20 \times 15 = 3/4$

✔ **Odpověď: $\frac{3}{4}$ zahrady**

6.3 Poměr částí zahrady posekaných jednotlivými sekačkami při společném sekání

Výkon jednotlivých sekaček: $x = 20 \text{ minut}$

Vyjádřeno stejným jmenovatelem:

- První: $2/9$
- Druhá: $4/9$
- Třetí: $3/9$

✔ **Odpověď: 2 : 4 : 3**

7.

7.1 Délka strany čtverce

Obsah čtverce S se skládá ze střední kružnice a vlnitě vzorované části: $78,5 + 235,5 + 86 = 400$

Délka strany čtverce a je odmocnina obsahu: $a = 20 \text{ cm}$

✔ **Odpověď 7.1: Délka strany čtverce je 20 cm.**

7.2 O kolik centimetrů se liší obvody obou kružnic.

Obvod nejmenší kružnice (černý kruh): $o_2 = 2\pi \cdot 5 = 10\pi$

Obsah střední kružnice: $235,5 + 78,5 = 314 \text{ cm}^2$

Obvod střední kružnice: $o_1 = 2\pi \cdot 10 = 20\pi$

Rozdíl: $o_1 - o_2 = 10\pi = 31,4 \approx 31$

✔ **Odpověď 7.2: Obvody obou kružnic se liší o 31 cm.**

8.

8.1 Vyjádření počtu členů družstva N v závislosti na x

Víme, že:

- Na fotbal chodí polovina členů: $N/2$
- Na hokej chodí 20 % členů: $0.2N$
- Zbytek hraje basketbal: $\text{Basketbalisté} = N - (N/2 + 0.2N) = N - 0.7N = 0.3N$

Dále víme, že pouze 10 % fotbalistů jsou ženy, tedy: $x = 0.1 \times N/2$

Vyjádříme N pomocí x: $N = 2x/0.1 = 20x$

✔ **20x**

8.2 Počet mužů, kteří hrají basketbal

- Celkový počet basketbalistů: $0.3N = 0.3 \times 20x = 6x$

Počet žen v basketbalu = počet mužů v basketbalu (dle zadání)

- Označíme počet žen v basketbalu jako z, tedy:

$$2z = 6x$$

$$z = 3x$$

✔ **Počet mužů v basketbalu je tedy 3x.**

8.3 Poměr žen ve fotbale, hokeji a basketbalu

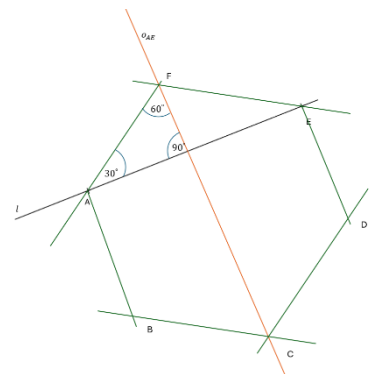
- Ženy ve fotbale: x
- Ženy v hokeji: 0.00
- Ženy v basketbalu: 3x

✔ **Poměr: 1:0:3**

9.

Postup konstrukce:

- Máš dané body A a E na přímce l.
Tyto body jsou vrcholy šestiúhelníku.
- Narýsuj osu strany AB.
- Bod F bude ležet na průsečíku osy strany AB s přímkou, který svírá s úsečkou AE úhel 30 stupňů.
- z bodu E nanese bod F
- Nyní máš stranu pravidelného šestiúhelníku, tak nanese všechny body.
- Spoj postupně: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow A$

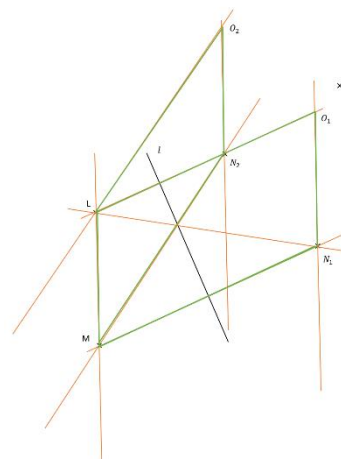


✔ **Po dokončení konstrukce by měl být narýsovaný pravidelný šestiúhelník.**

10.

9.1 Sestrojení všech možných trojúhelníků LMN

- Přímka l je osou jedné ze stran trojúhelníku LMN. To znamená, že daná strana (například základna trojúhelníku) musí být osově souměrná podle této přímky.
- Pokud známe body L, M, pak bod N musí ležet tak, aby trojúhelník byl platný (nebyl „zploštělý“).
- Sestrojíme bod N symetricky podle osy l nebo jej volíme libovolně mimo přímku l .



✓ Výsledkem jsou dvě možné pozice bodu N, což znamená dvě různé možnosti pro trojúhelník LMN.

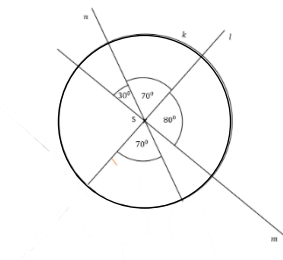
9.2 Sestrojení všech možných kosodélníků LMNO

- Kosodélník je čtyřúhelník, kde protější strany jsou rovnoběžné a stejně dlouhé.
- Pokud máme trojúhelník LMN, musíme najít bod O, který doplní útvar na kosodélník.
- Vezmeme stranu LM a prodloužíme ji v opačném směru o stejnou délku, tím dostaneme bod
- Další možností je využít rovnoběžnost a stejné délky stran.

✓ Tímto dostaneme všechny možné kosodélníky, které lze vytvořit s danými body a přímkou.

11.

- Je nutno si uvědomit, že součet vnitřních úhlů v kružnici má velikost 360° .
- Takže $18a = 180^\circ \rightarrow a = 10^\circ$
- Poté postupně dopočítáme všechny úhly.
- Úhel β měří 70°



✓ Úhel 2β měří 140° tedy C)

12.

Úloha 12 je chybně zadaná. Výsledný počet vychází desetinným číslem, což není pro typ úlohy přijatelné, proto každý získal dodatečně 2 body, které jsou zahrnuty pouze v anonymním srovnání výsledků.

13.

Označme:

- a = šířka bazénu
- b = délka bazénu
- c = výška bazénu

Podle zadání platí:

- Délka je dvojnásobně větší než šířka: $b=2a$
- Výška je o 1 metr kratší než šířka: $c=a-1$
- Součet všech hran je 68 metrů: $4(a + b + c) = 60$

$$a + b + c = 15$$

1. Určení rozměrů bazénu

Dosadíme $b=2a$ a $c=a-1$ do rovnice: $a + 2a + (a - 1) = 15$

$$4a - 1 = 15$$

$$a = 4$$

Dopočítáme ostatní rozměry: $b=2 \times 4=8, c=4-1=3$

2. Objem bazénu

$$V=a \cdot b \cdot c=4 \cdot 8 \cdot 3= 96 \text{ m}^3 = 96 \text{ 000 l}$$

Správná odpověď: A) 96 000 l

14.

Richardovy rychlosti po jednotlivých kilometrech:

1. km \rightarrow 4 km/h, $t_1=15$ min
2. km \rightarrow 6 km/h, $t_2=10$ min
3. km \rightarrow 8 km/h, $t_3= 7,5$ min
4. km \rightarrow 10 km/h, $t_4=6$ min
5. km \rightarrow 12 km/h, $t_5=5$ min

Celkový čas běhu: $15+10+7,5+6+5=43,5$ min= $0,725$ h

✗ 14.1 Celkový čas je méně než 45 minut (3/4 hodiny). \rightarrow N

Průměrná rychlost: $5/0,725=6,9$ km/h

✗ 14.2 Průměrná rychlost není 8 km/h. \rightarrow N

Průměrný čas na kilometr: $43,5/5=8,7$ min

✗ 14.3 Průměrný čas na kilometr není 7,5 min. \rightarrow N

15.

15.1

Postupné slevy:

- po slevě 20 % \rightarrow zůstane 80 %
- pak sleva 10 % z nové ceny \rightarrow zůstane 90 %

Celkem: $0,8 \times 0,9=0,72$

bunda stojí 72 % původní ceny

✓ Výsledek: A) 72

15.2

„Zvětšíme-li číslo o 20 %“: $1,2x$

„o 108 menší než dvojnásobek“: $2x-108$

Rovnice:

$$1,2x = 2x - 108$$

$$0,8x = 1080$$

$$x = 135x$$

✓ Výsledek: B) 135

15.3

Označme:

- medovíčky: m
- kokosky: k

$$m + k = 22$$

$$80m + 75k = 1720$$

Dosadíme $k = 22 - m$:

$$80m + 75(22 - m) = 1720$$

$$80m + 1650 - 75m = 1720$$

$$5m = 705$$

$$m = 14$$

✓ Výsledek: D) 14

16.

Obrázek 1 (první útvar)

- Současný počet os souměrnosti: Má 0 os souměrnosti.
- Možná úprava: Přesunutím dvou čtverců lze dosáhnout 1 osy souměrnosti.

Správná odpověď: A) 1 osa souměrnosti

Obrázek 2 (druhý útvar)

- Současný počet os souměrnosti: Má 0 os souměrnosti.
- Možná úprava: Po vhodné úpravě se může zvýšit počet os souměrnosti.

Správná odpověď: D) 4 os souměrnosti

Obrázek 3 (třetí útvar)

- Současný počet os souměrnosti: Má 1 osu souměrnosti.
- Možná úprava: Přesunutím dvou čtverců lze dosáhnout 2 os souměrnosti.

Správná odpověď: B) 2 osy souměrnosti

