

1.

Největší jednociferné prvočíslo je 7.

Nejmenší dvojciferné prvočíslo je 11.

Počítáme druhou mocnin součtu:  $(11 + 7)^2 = 18^2 = 324$

✔ **Odpověď: 324**

2.

2.1

$$8 \cdot -8 - 15^2 + (-11)^2 = -64 - 225 + 121 = -168$$

2.2

$$(2^2 - 0,3^2 - 0,9^2) \cdot 10 = (4 - 0,09 - 0,81) \cdot 10 = (4 - 0,9) \cdot 10 = 3,1 \cdot 10 = 31$$

3.1

$$\frac{\frac{8 \cdot 24}{7 \cdot 35}}{\frac{4}{5} - \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}}} = \frac{\frac{8 \cdot 35}{7 \cdot 24}}{\frac{4}{5} - \frac{3}{5}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{1}{5}} = \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{1} = \frac{25}{3}$$

3.2

$$\frac{13 - 3}{9} - \frac{\frac{45}{4} \cdot \frac{16}{5} : 12}{3} = \frac{10}{9} - \frac{\frac{9}{1} \cdot \frac{4}{1} : 12}{3} = \frac{10}{9} - \frac{3}{3} = \frac{10}{9} - \frac{9}{9} = \frac{1}{9}$$

4.1 Vytknutí  $7y$

$$7y + 14yz - \frac{7}{2}y^2 = 7y(1 + 2z - \frac{1}{2}y)$$

4.2 Umocnění a zjednodušení

$$(7 - 2y) \cdot 4 - 3 + y \cdot (8 - y) = 28 - 8y - 3 + 8y - y^2 = 25 - y^2 = (5 - y) \cdot (5 + y)$$

4.3 Zjednodušení výrazu

$$(5 + x)^2 - 25 + (19^2 - 357)^2 = 25 + 10x + x^2 - 25 + 16 = x^2 + 10x + 16$$

5.1

$$-\frac{1}{2} + 3 \cdot 0,2 : 6 + \frac{18}{6}x = \frac{2}{5} \cdot -\frac{1}{4}$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{10} + 3x = -\frac{1}{10}$$

$$-5 + 1 + 30x = -1$$

$$30x = 3$$

$$x = \frac{1}{10}$$

5.2

$$5 \cdot \left(\frac{8}{5} \cdot \frac{5x}{10}\right) = \frac{3}{8} \cdot \frac{7}{6} + \frac{16}{4}x$$

$$5 \cdot \left(\frac{4}{5}x\right) = \frac{7}{16} + 4x$$

$$4x = \frac{7}{16} + 4x$$

$$0 = \frac{7}{16} \rightarrow \text{rovnice nemá řešení}$$

---

6.

6.1

Dva velké nápoje stojí  $2x$ .

Podle zadání jsou o 100 Kč dražší než tři malé popcorny, takže: Tři malé popcorny stojí:  $2x - 100$

✓ **Odpověď:  $2x - 100$ .**

6.2

Jeden malý popcorn je třetina z ceny tří popcornů:  $\frac{2x-100}{3}$

✓ **Odpověď:  $\frac{2x-100}{3}$**

6.3

Martin koupil:

- 6 malých popcornů  $\rightarrow 6 \cdot \frac{2x-100}{3}$
- 4 velké nápoje  $\rightarrow 4x$

Celkem zaplatil 920 Kč, takže rovnice je:

$$6 \cdot \frac{2x-100}{3} + 4x = 920$$

$$2 \cdot (2x - 100) + 4x = 920$$

$$4x - 200 + 4x = 920$$

$$8x = 1120$$

$$x = 140$$

✓ **Odpověď: Jeden velký nápoj stojí 140 Kč.**

7.

Máme:

- Trojúhelník AEF je rovnostranný  $\Rightarrow AE=12$  cm
- Trojúhelník BCE je rovnostranný  $\Rightarrow BE=15$  cm
- Trojúhelník ABE je pravoúhlý (pravý úhel v bodě A)

### 7.1 Délka strany AB

V pravoúhlém trojúhelníku ABEABEABE:

- přepona:  $BE=15$  cm
- odvěsna:  $AE=12$  cm
- hledáme: AB

Použijeme Pythagorovu větu:

$$\begin{aligned}a^2 + b^2 &= c^2 \\AB^2 + 12^2 &= 15^2 \\AB + 144 &= 225 \\AB^2 &= 81 \\AB &= 9\end{aligned}$$

✔ **Odpověď:  $AB = 9$**

### 7.2 Obsah trojúhelníku ABE

Obsah pravoúhlého trojúhelníku:

$$S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AE = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 12 = 54 \text{ cm}^2$$

✔ **Odpověď: Obsah trojúhelníku ABE =  $54 \text{ cm}^2$**

---

8.

Nejprve si určíme výkon robotů.

8 robotů uklidí halu za 10 hodin  $\Rightarrow$  společný výkon je:  $\frac{1}{10}$  haly za hodinu

$$\text{Výkon 1 robota: } \frac{1}{10} : 8 = \frac{1}{80}$$

(robot uklidí  $\frac{1}{80}$  haly za hodinu)

#### 8.1

$$16 \text{ robotů: } 16 \cdot \frac{1}{80} = \frac{16}{80} = \frac{1}{5}$$

$\Rightarrow$  uklidí  $\frac{1}{5}$  haly za hodinu

$\Rightarrow$  celou halu za: 5 hodin

✔ **Odpověď: 5 hodin**

#### 8.2

$$\text{Výkon 4 robotů: } 4 \cdot \frac{1}{80} = \frac{1}{20}$$

$$\text{Za 15 hodin: } 15 \cdot \frac{1}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

✔ **Odpověď:  $\frac{3}{4}$  haly**

### 8.3

1. část (10 robotů uklidí polovinu haly)

$$\text{Výkon 10 robotů: } 10 \cdot \frac{1}{80} = \frac{1}{8}$$

Čas na polovinu haly: 4 hodiny

2. část (8 robotů uklidí druhou polovinu)

$$\text{Výkon 8 robotů: } 8 \cdot \frac{1}{80} = \frac{1}{10}$$

Čas na polovinu haly: 5 hodin

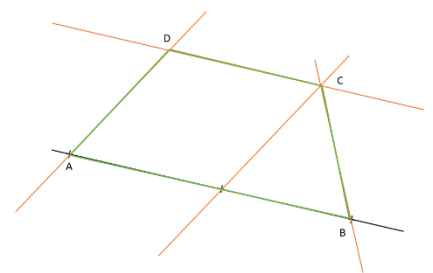
Celkový čas: 4+5=9 hodin

✔ **Odpověď: 9 hodin**

9.

Sestrojte ramena lichoběžníku

- Od bodů A, X a B odměřte rovnoramenná ramena  $b=5$  cm.
- Použijte kružítko: zapíchněte hrot do bodu A a narýsujte oblouk o poloměru 5 cm.
- To samé udělejte z bodů X, B.



Sestrojte horní základnu CD

- Najděte průsečíky dvou kružnic – tyto body označte jako C.
- Spojte body C a D úsečkou, která tvoří horní základnu.

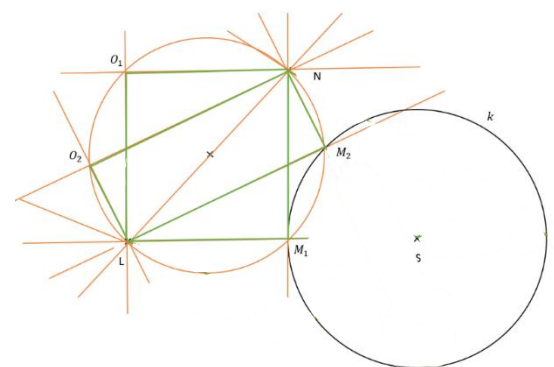
Dokončete konstrukci

✔ **Přímkami spojte vrcholy ABCD, aby vznikl rovnoramenný lichoběžník.**

10.

Sestrojení všech možných obdélníků KLMN

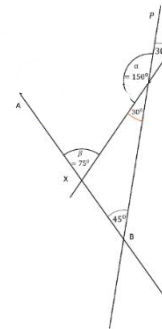
- Body L a N jsou pevně dané.
- Vrchol M leží na kružnici k.
- Proto vrchol K musí být určen tak, aby čtyřúhelník KLMN byl obdélník.
- To znamená, že KN i LM jsou rovnoběžné a stejně dlouhé.
- Existují dvě možnosti: bod M může ležet na dvou různých místech na kružnici (nad a pod úsečkou LN).



✔ **Výsledek: Existují dva různé obdélníky KLMN.**

11.

- Postupně si dosazujeme úhly vedlejší či vrcholové.
- Jediné, co potřebujeme vědět je, že přímý úhel má  $180^{\circ}$  a vnitřní úhly v trojúhelníku mají dohromady také  $180^{\circ}$ . Úhly střídavé vrcholové jsou shodné.
- $\alpha - \beta = 150^{\circ} - 75^{\circ} = 75^{\circ}$



✓ **Odpověď: B)  $75^{\circ}$ .**

12.

Počet úspěšných střel na pravý horní otvor

Označme:

- $x$  počet střel na pravý horní otvor
- $y$  počet střel na levý dolní otvor

Víme:

- Úspěšnost na pravý horní otvor je 80 %, takže 20 % střel na tento otvor bylo neúspěšných.
- Úspěšnost na levý dolní otvor je 50 %, takže 50 % střel na tento otvor bylo neúspěšných.
- Celkem bylo 9 neúspěšných střel.
- Celkový počet střel byl 27.

Sestavíme soustavu rovnic:

$$0,2x + 0,5y = 9$$

$$x + y = 27$$

$$x = 15$$

Počet neúspěšných střel na pravý horní otvor:  $0,8 \times 15 = 12$

✓ **Odpověď: D) 12krát.**

13.

Honza:

- Jeho rychlost je 1 chodník / 40 minut.

Petr:

- Za 40 minut odhrabal  $\frac{2}{3}$  chodníku.
- Celý chodník by tedy odhrabal za  $(40 \div \frac{2}{3}) \times 3 = 60$  minut.
- Jeho rychlost je 1 chodník / 60 minut.

Společná rychlost:

- Honza odklízí rychlostí  $\frac{1}{40}$  chodníku za minutu.
- Petr odklízí rychlostí  $\frac{1}{60}$  chodníku za minutu.
- Společná rychlost:

$$\frac{1}{40}x + \frac{1}{60}x = 1$$

$$3x + 2x = 120$$

$$5x = 120$$

$$x = 24 \text{ minut} = 1\,440 \text{ sekund}$$

✓ **Odpověď: A) 1 440 sekund.**

14.

Máme:

- kvádr se čtvercovou podstavou:  $x=20$  cm, výška  $=2x=40$  cm

1. Objem kvádrů:  $V = x^2 \cdot 2x = 20^2 \cdot 40 = 400 \cdot 40 = 16\,000 \text{ cm}^3$

2. Objem válce

Průměr podstavy:  $\frac{x}{2} = 10 \text{ cm} \Rightarrow r=5 \text{ cm}$

Výška válce: 40 cm

Objem:  $V = \pi r^2 h = \pi \cdot 5^2 \cdot 40 = 1000\pi = 3\,140 \text{ cm}^3$

3. Výsledný objem

$V = 16000 - 3140 = 12\,860 \text{ cm}^3$

✓ **Odpověď: A) 12 860 cm<sup>3</sup>**

---

15.

Z grafu (po „dílcích“ na ose):

- David: sobota 5 dílky, neděle 3 dílky  $\rightarrow$  celkem 8
- Erik: sobota 4 dílky, neděle 1 dílek  $\rightarrow$  celkem 5
- Filip: sobota 6 dílků, neděle 5 dílky  $\rightarrow$  celkem 11

Je dáno: David uběhl o 30 km více než Erik  $\Rightarrow$  rozdíl  $8 - 5 = 3$  dílky odpovídá 30 km  $\Rightarrow$  1 dílek = 10 km

Přepočet na km:

- David:  $50 + 30 = 80$  km
- Erik:  $40 + 10 = 50$  km
- Filip:  $60 + 50 = 110$  km

15.1

Erik v sobotu: 40 km  $\rightarrow$  není více než 80 km

✗ **40 km není více než 80 km.**

15.2

Neděle:

- David: 30 km
- Filip: 50 km

Porovnání:

100 % = 30 km

125 % = 37,5 km

37,5 km  $\neq$  50 km

✗ **37,5 km  $\neq$  50 km**

15.3

Poměr celkem:  $80:50:110=8:5:11$

✗ **Neodpovídá 5:4:6**

16.

### 16.1 Přelévání vody do skleniček

- Celkový objem vody = **1,6 litru = 1600 ml**
- Objem jedné skleničky = **300 ml**
- Počet plně naplněných skleniček:  $1600 \div 300 = 5$

Celkový objem vody v těchto skleničkách:  $5 \times 300 = 1500$  ml

- Zbytek vody:  $1600 - 1500 = 100$  ml
- Podíl na poslední skleničce:  $100/300 = 1/3 = 33,333 \dots \%$

✓ **Odpověď: F) jiný počet %**

16.2

Postupně upravíme cenu:

- původní cena: 1000 Kč
- 1. sleva 20 %:  $1000 \cdot 0,8 = 800$
- 2. sleva 10 % z nové ceny:  $800 \cdot 0,9 = 720$
- 3. zvýšení o 25 %:  $720 \cdot 1,25 = 900$

Porovnání s původní cenou:  $100 - 90 = 10 = 10\%$

✓ **Odpověď: A) 10 %**

16.3

Označme úspory jako S.

Platí:  $S = 0,75 \cdot 12000 = 9000$

Zároveň:

$$S = 0,5 \cdot (\text{cena nového})$$
$$9000 = 0,5 \cdot x \rightarrow x = 18000$$

Porovnání cen:

- starší: 12 000 Kč
- nový: 18 000 Kč

Rozdíl:

$$18000 - 12000 = 6000$$
$$6000/12000 = 0,5 = 50\%$$

✓ **Odpověď: E) 50 %**

..